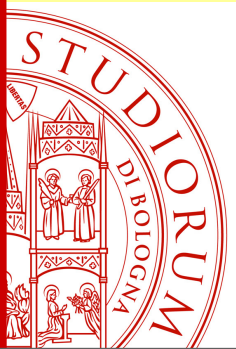
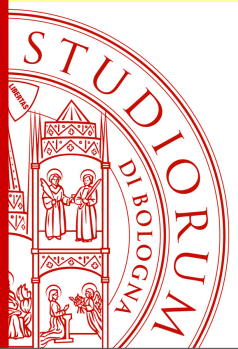


La valutazione formativa in matematica: la funzione delle “Prove Invalsi”

Giorgio Bolondi



La multivalenza della parola *“valutazione”*



Valutazione
dell'apprendimento
dell'allievo

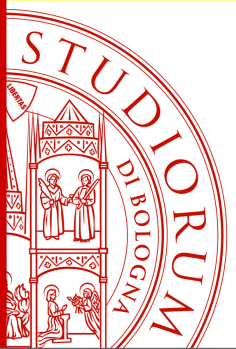
Valutazione
degli apprendimenti
degli allievi?



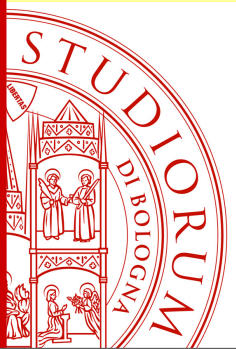
Valutazione formativa

Valutazione

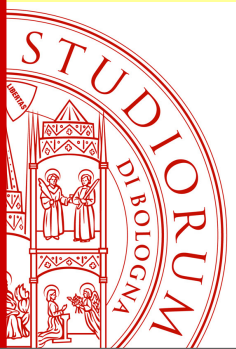
Valutazione sommativa



In ogni caso,
“valutare” vuol dire
ricercare, ottenere e organizzare
informazioni



Valutare gli apprendimenti
vuol dire
ricercare, ottenere e organizzare
informazioni sugli apprendimenti



Un “vizio” della scuola (italiana):
considerare la valutazione un
giudizio

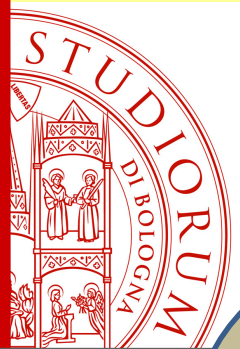


per gli allievi

La v
La valuta



Acquisire strumenti che forniscano informazioni sugli apprendimenti in matematica degli studenti



Quale matematica hanno appreso?
In che misura?
Come è organizzata?
Quanto è utilizzabile?



*Indicatori puntuali
e analitici*

*Quadro di
riferimento globale*

*Informazioni
articolate e
complessive*



informazioni utilizzabili a più livelli



La valutazione

Le valutazioni

dell'apprendimento
in *matematica*

Due idee fondamentali:

***l'apprendimento della
matematica è un fatto complesso***

*L'interrelazione e l'intreccio
dei diversi apprendimenti
giocano un ruolo centrale*



***l'apprendimento della
matematica è sempre un
fenomeno di medio-lungo periodo***

In matematica:

Necessità di indicatori
puntuali

Difficoltà *specifiche*
nelle diverse
componenti
dell'apprendimento



**Necessità di interventi di
largo respiro**

**Aspetti strutturali
dell'insegnamento**

l'apprendimento in matematica
è sempre una questione di medio-lungo termine,
e anche la valutazione è sempre sommativa
di tutto il percorso compiuto fino a quel momento

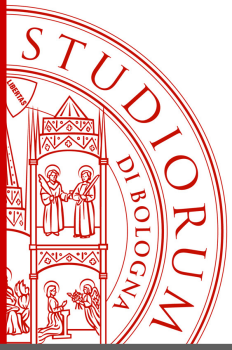


Quali sono gli strumenti
a disposizione
dell'insegnante?

Quali sono gli
strumenti a
disposizione del
sistema?







In un triangolo **isoscele** la somma delle **radici quadrate** dei **lati uguali** è pari alla **radice quadrata** del terzo lato

In un triangolo **rettangolo** la somma dei **quadrati** dei **cateti** è pari al **quadrato** del terzo lato



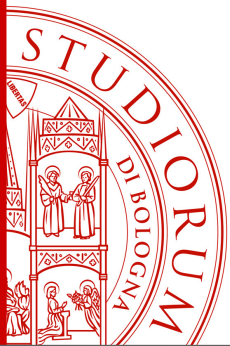
D16. L'espressione $10^{37} + 10^{38}$ è anche uguale a

A. 20^{75}

B. 10^7

C. $11 \cdot 10^{37}$

D. $10^{37 \cdot 38}$

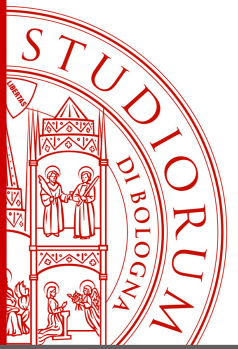


LICEI	2,7	29,1	1,9	26,1	40,2
TECNICI	2,2	34,0	1,3	25,0	37,5
Ist. Prof.	2,3	47,7	2,5	9,8	37,7



La somma di potenze di ugual base è uguale a una potenza che ha la stessa base e per esponente **il prodotto** degli esponenti

Il prodotto di potenze di ugual base è uguale a una potenza che ha la stessa base e per esponente **la somma** degli esponenti

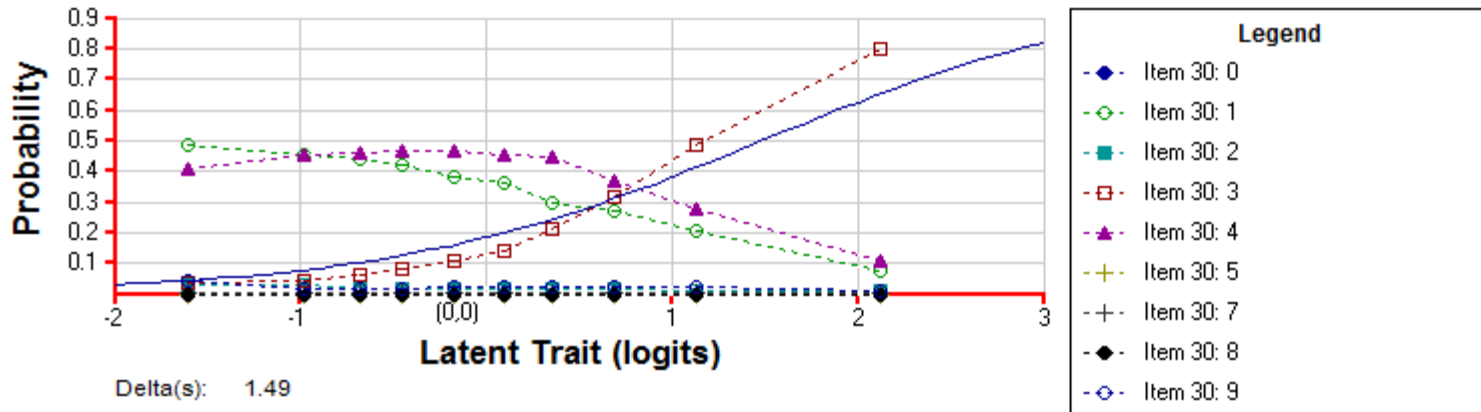


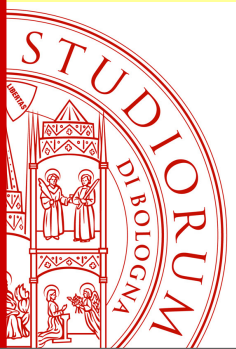
Cosa ho valutato?
Che informazioni ho ottenuto?

Characteristic Curve(s) By Category

Weighted MNSQ 0.88

item:30 (MD16)





D21. L'espressione $a^{37} + a^{38}$ è uguale a

A. $2a^{75}$

B. a^{75}

C. $a^{37}(a+1)$

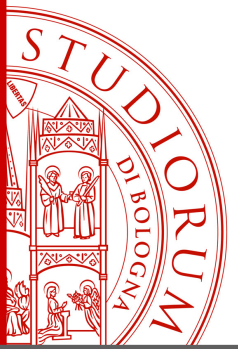
D. $a^{37 \cdot 38}$



item:33 (M21)

Cases for this item 41812 Discrimination 0.50
Item Threshold(s): 0.76 Weighted MNSQ 0.93
Item Delta(s): 0.76

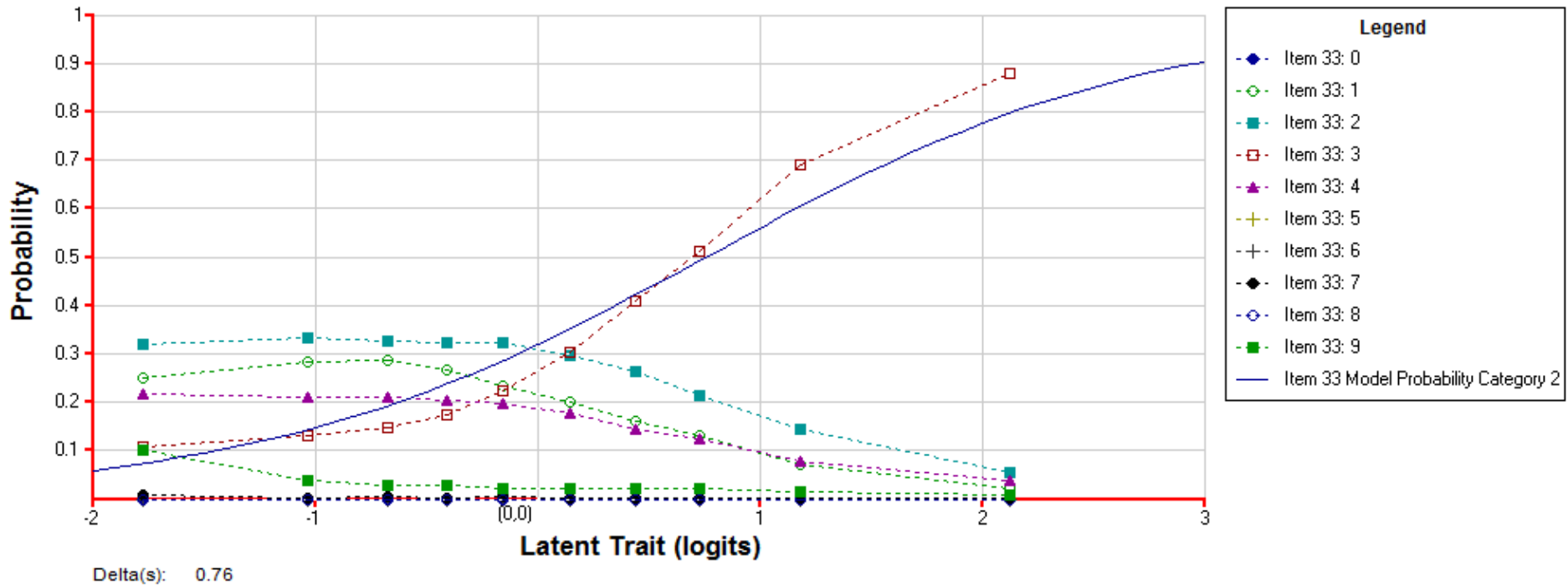
Label	Score	Count	% of tot	Pt Bis	t	(p)
PV1Avg:1	PV1	SD:1				
1	0.00	8125	19.43	-0.20	-42.60 (.000)	-0.39
0.80						
2	0.00	11019	26.35	-0.18	-38.08 (.000)	-0.29
0.84						
3	1.00	14460	34.58	0.50	118.46 (.000)	0.64
1.00						
4	0.00	6800	16.26	-0.15	-30.87 (.000)	-0.32
0.84						
7	0.00	111	0.27	-0.03	-6.83 (.000)	-0.71
1.19						
9	0.00	1297	3.10	-0.12	-24.06 (.000)	-0.67
1.05						

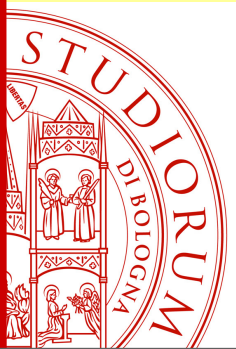


Characteristic Curve(s) By Category

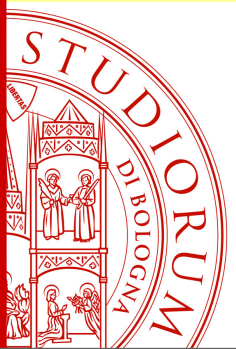
Weighted MNSQ 0.93

item:33 (M21)

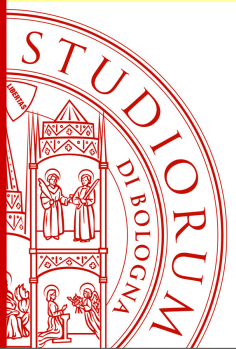




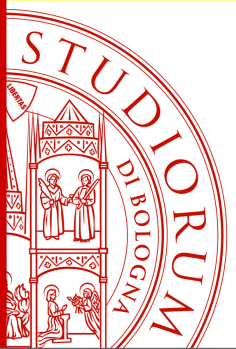
Valutazione oggettiva,
centrata sul sapere?



Valutazione legata alle
convinzioni
dell'insegnante?

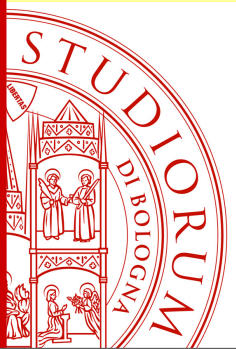


Valutazione sottoposta a
situazioni di contratto
didattico?



Cosa può valutare?

- I diversi processi valutativi messi in atto dall'insegnante accompagnano la vita di classe istante per istante e ne sono parte integrante
- *La valutazione in matematica è un fatto complesso, non riconducibile a schemi, che segue quotidianamente i progressi e le conquiste degli allievi*



Però:

- Ci sono molti aspetti dell'apprendimento che possono essere valutati (e in qualche modo misurati) attraverso prove esterne.
- Queste prove esterne sono uno strumento *in più* in mano all'insegnante per arrivare ad una valutazione complessiva dell'allievo



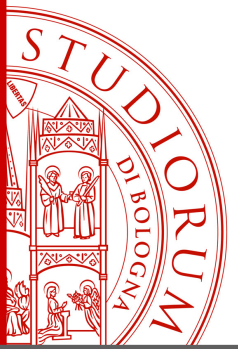
Valutare per competenze?

Qualunque sia il significato che si può dare a questa espressione, va sottolineato che la valutazione perde senso, in matematica, senza un puntuale ed esplicito riferimento ai contenuti del sapere e alle procedure caratteristiche del pensiero matematico.



Quale ruolo per la valutazione esterna in matematica?

- Restituisce consapevolezza agli studenti: individua alcuni parametri di riferimento esterni e non esclusivamente interni
- Restituisce consapevolezza alle scuole
- Restituisce consapevolezza ai decisori politici: aiuta ad identificare le priorità
- Restituisce credibilità alle valutazioni interne delle scuole



ma soprattutto

**È uno strumento
potentissimo in mano
all'insegnante**

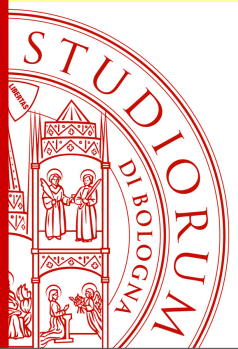


Una prima idea chiave:

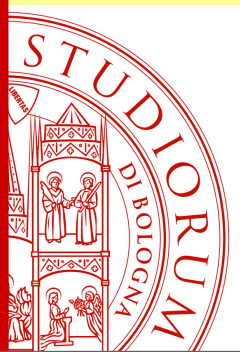
L'obiettivo delle *Prove Invalsi* è fornire al sistema, alle scuole e agli insegnanti degli strumenti e dei materiali per

autovalutarsi

e contribuire alla *valutazione formativa* degli studenti




L'SNV come *servizio*



Da valutazione
*sommativa e di
sistema*

a strumento per
la valutazione
formativa e locale

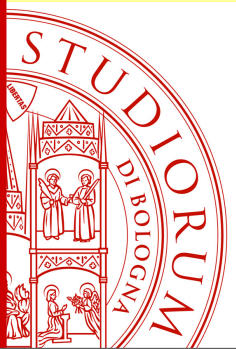


I metodi e i risultati delle valutazioni esterne
possono essere utilizzati

Per acquisire
consapevolezza
delle caratteristiche del
nostro
insegnamento

Per intervenire sui processi
di apprendimento
dei nostri allievi

Per il raggiungimento
dei
nostri obiettivi formativi



Tre strumenti fondamentali

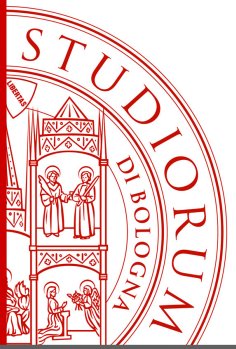


Il quadro di riferimento

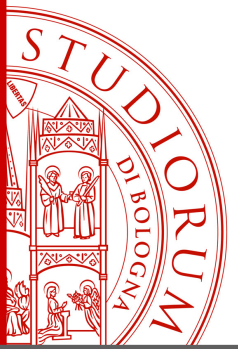
**Come
si possono
usare?**

Le prove

I risultati



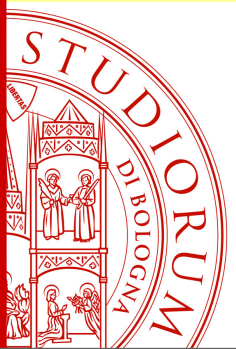
Il Quadro di Riferimento definisce
quali apprendimenti in matematica si valutano e
come vengono valutati



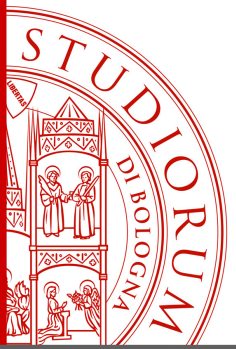
Cosa si valuta?



Il controllo sull'oggetto di valutazione



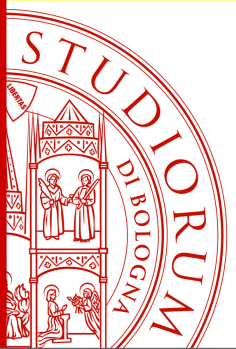
In ogni momento valutativo, l'insegnante dovrebbe controllare se sta effettivamente valutando *hic et nunc*: si valutano i risultati, i processi, le azioni, gli atteggiamenti degli allievi, **non gli allievi.**



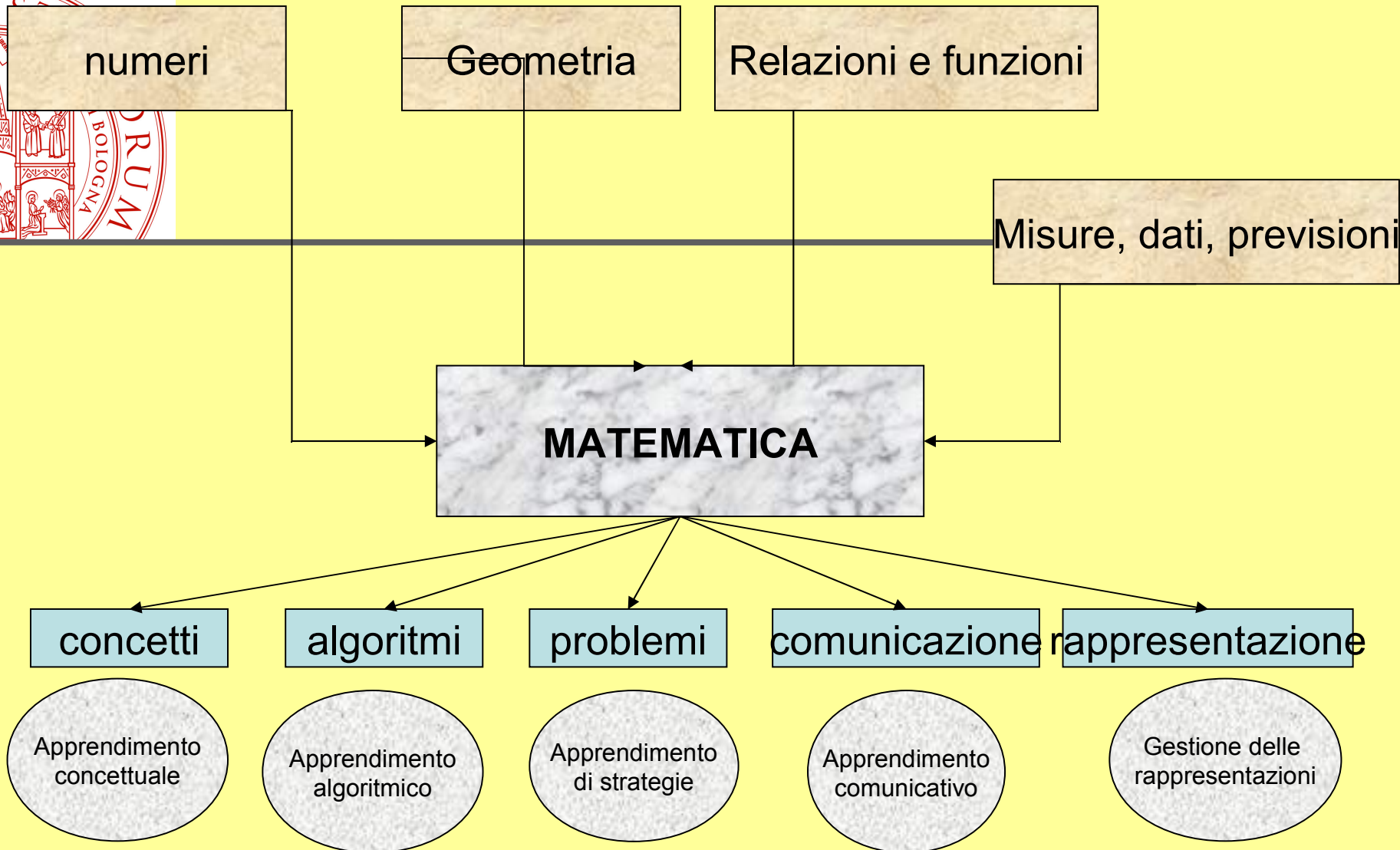
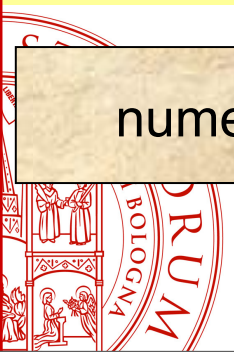
Ad esempio:

Nel momento in cui affermo che uno studente *non ha logica* sto esprimendo un giudizio (forse anche morale, comunque generale) sulla sua persona.

In una verifica, in una esposizione orale posso/**devo** invece **solo** evidenziare che *quella* argomentazione è scorretta, o che *quella* deduzione non è completa.



Che cos'è che si “apprende”
in matematica?



Da: M. Fandino-Pinilla, *Molteplici aspetti dell'apprendimento della Matematica*, Erickson



Literacy matematica



Riproduzione

Rappresentazioni e definizioni standard
Calcoli di routine
Procedure di routine
Analisi e soluzione di problemi di routine



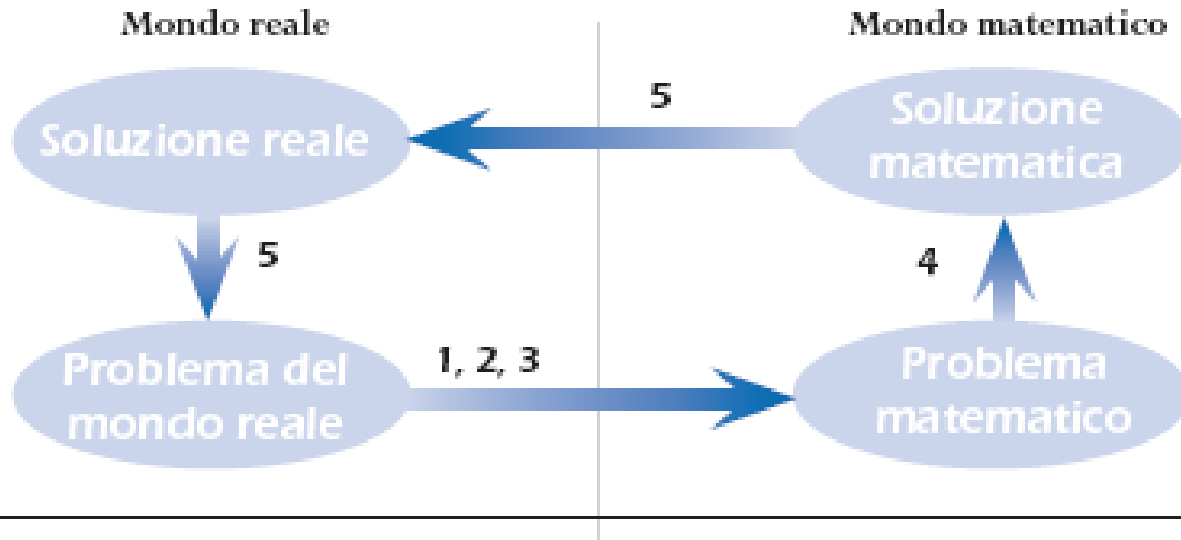
Connessioni

Modellizzazione
Analisi e soluzione di problemi standard, traduzione e interpretazione
Uso di molteplici metodi ben definiti

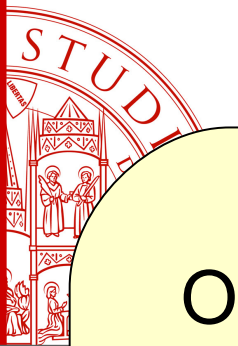


Riflessione

Formulazione, analisi e soluzione di problemi complessi
Riflessione e intuizione
Approccio matematico creativo
Uso di molteplici metodi complessi
Generalizzazione



Il ciclo della matematizzazione



Ogni insegnante che ha valuta ha un proprio *quadro di riferimento* per la valutazione:

spesso è **implicito**,

ricevuto per osmosi dall'ambiente,

adattato dalla propria esperienza,

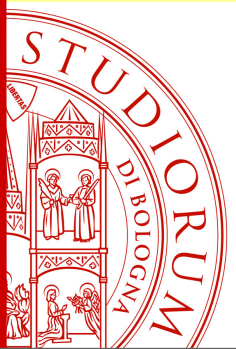
costruito passo passo nel proprio percorso.

I Quadri di Riferimento delle valutazioni esterne possono aiutare a renderlo **esplicito**.



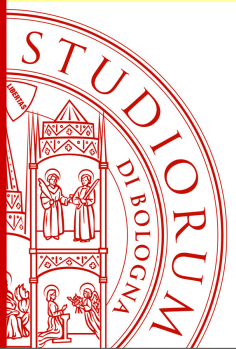
**Gli ambiti di
contenuto**

I processi



Idea chiave 1

Per migliorare
occorre conoscere la
situazione:
“valutare”



Idea chiave 2

La preoccupazione non deve essere
Come preparare i ragazzi alle prove Invalsi
quanto
Come usare le prove Invalsi per migliorare
i risultati del nostro lavoro (nostro= della
mia scuola, della mia classe, della mia
regione)



Un capovolgimento di prospettiva: passare da

*Cosa devo fare
per preparare le Prove Invalsi*

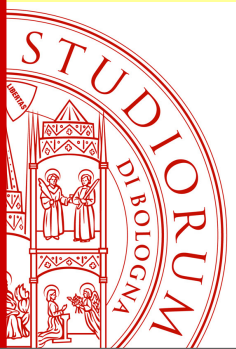
(il mio percorso di insegnamento
piegato al fine del miglioramento
nelle prove Invalsi)



a:

Come posso usare le Prove Invalsi

(le prove Invalsi utilizzate
per il miglioramento del mio
percorso di insegnamento)



Partire dai traguardi e gli obiettivi
fissati dalle Indicazioni
dai POF
dalla mia programmazione

Vedere cosa dicono i risultati delle prove
sul sistema e sulla mia realtà

Dal punto di vista
statistico-di sistema

Dal punto di vista
della riflessione didattica
e pedagogica

Intervenire sui processi
di insegnamento di di apprendimento



*L'importanza dei risultati di (macro)-sistema
per il mio (micro)-sistema di classe*

Un esempio: le difficoltà “verticali”

*Superficialità
nell'apprendimento*

*Incoerenza del percorso di
insegnamento*

*Inadeguatezza dei
modelli*

D24. La formula $l = l_0 + k \cdot P$ esprime la lunghezza l di una molla al variare del peso P applicato. l_0 rappresenta la lunghezza in centimetri “a riposo” della molla; k indica di quanto si allunga in centimetri la molla quando si applica una unità di peso. Quale delle formule elencate si adatta meglio alla seguente descrizione:
“È una molla molto lunga e molto resistente alla trazione”?

- A. $l = 15 + 0,5 \cdot P$
- B. $l = 75 + 7 \cdot P$
- C. $l = 70 + 0,01 \cdot P$
- D. $l = 60 + 6 \cdot P$

Classe II della secondaria di II grado

8,1	33,2	38,1	8,9
-----	------	------	-----

E in più l'11,8% NON RISPONDE!

D17. La formula $L = L_0 + K \times P$ esprime la lunghezza L di una molla al variare del peso P applicato. L_0 rappresenta la lunghezza in centimetri “a riposo” della molla; K indica di quanto si allunga in centimetri la molla quando le si applica una unità di peso.

Quale delle formule elencate si adatta meglio alla seguente descrizione:

“È una molla molto corta e molto dura (cioè molto resistente alla trazione)”?

- A. $L = 10 + 0,5 \times P$
- B. $L = 10 + 7 \times P$
- C. $L = 80 + 0,5 \times P$
- D. $L = 80 + 7 \times P$

Prova Nazionale (III media)

58,3	25,4	7,9	4,3
------	------	-----	-----

Perdita di controllo semantico



SERVIZIO NAZIONALE DI VALUTAZIONE A.S. 2008/2009

10. Quale numero corrisponde a 4 decine e 15 unità?

- A. 45
- B. 55
- C. 415

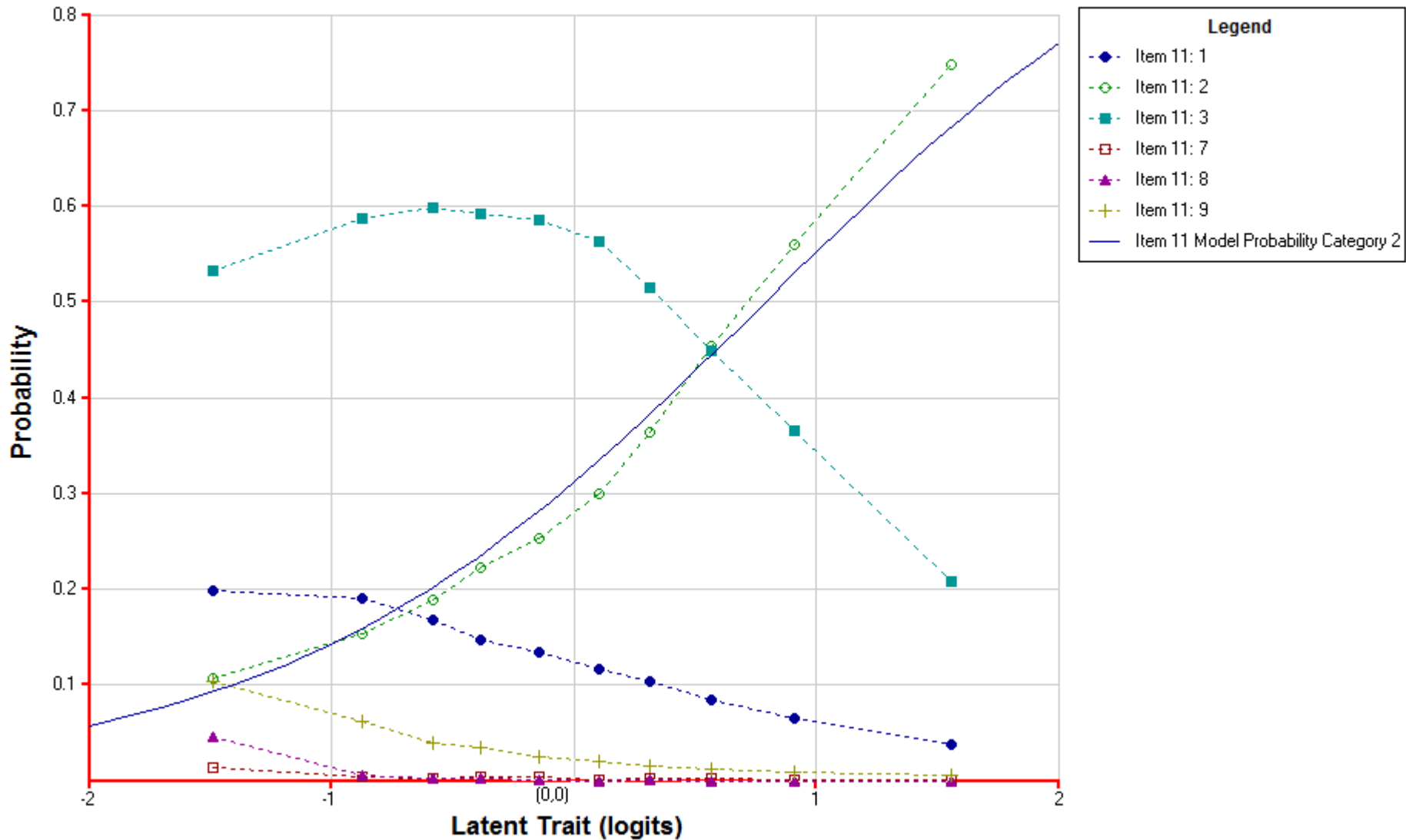
Il primaria

4,5	12,5	32,5	50,4
-----	------	------	------

Characteristic Curve(s) By Category

Weighted MNSQ 0.97

item:11 (D10_Numeri)



Delta(s): 0.79



D10. Quale tra i seguenti numeri corrisponde a 3 decine e 17 unità?

- A. 317
- B. 173
- C. 47

Risposta corretta: C

RISULTATI DEL CAMPIONE

A	B	C	Non risponde
58,4	4,2	34,8	2,1

10. A quale numero corrispondono “12 decine, 7 decimi e 2 millesimi”?

- A. 12,702.
- B. 120,702.
- C. 12,72.
- D. 120,72.

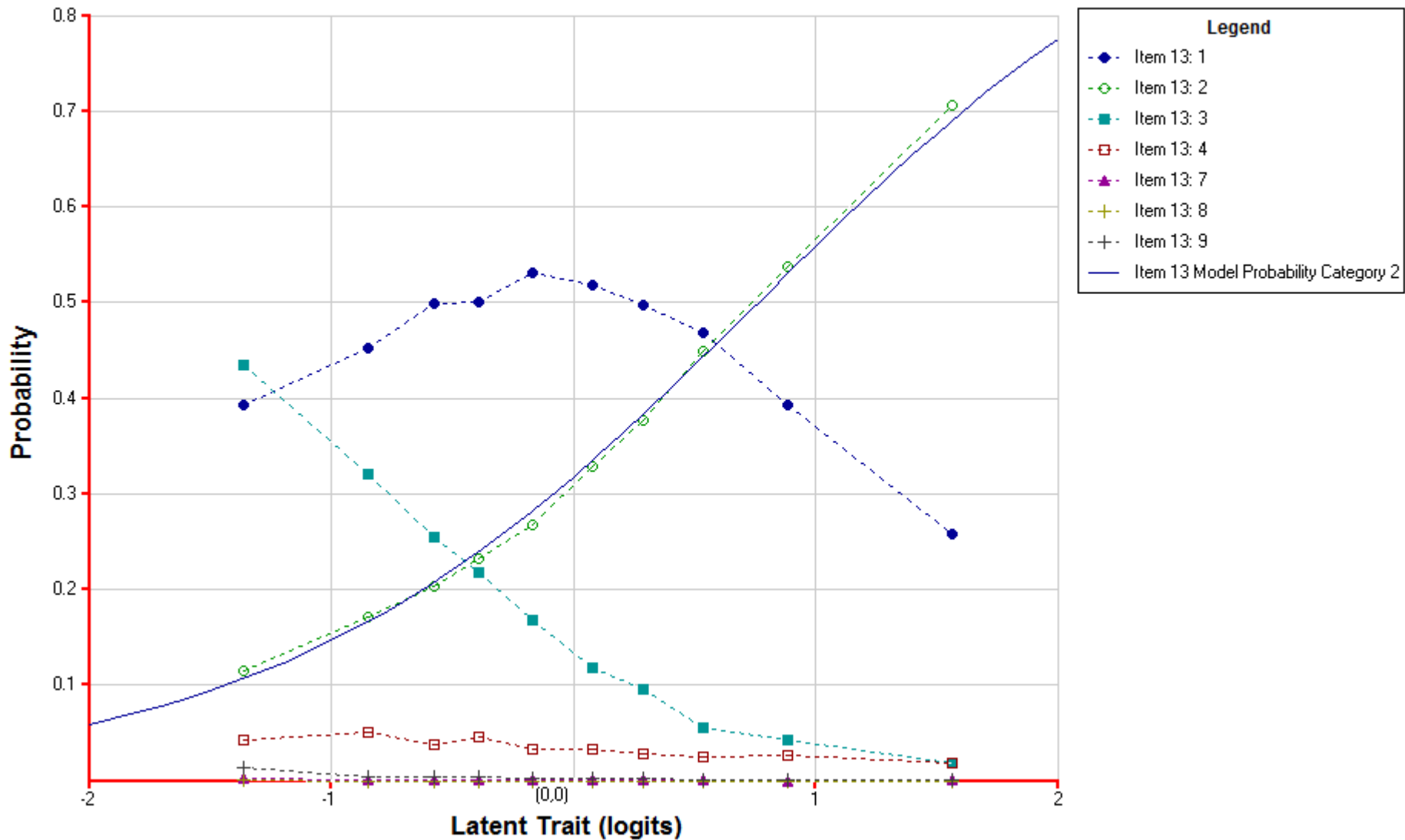
V primaria

44,5	33	18,6	3,3
------	----	------	-----

Characteristic Curve(s) By Category

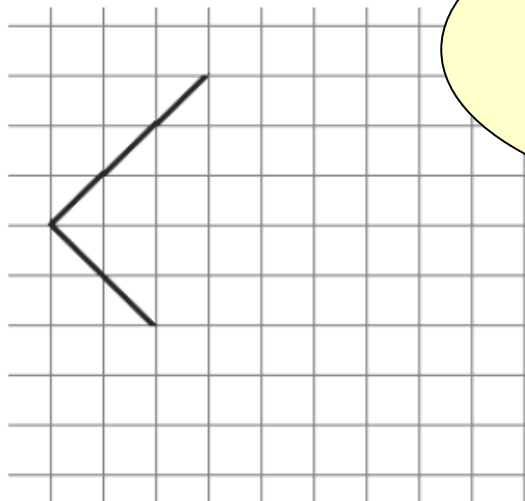
Weighted MNSQ 0.99

item:13 (D10_Numeri)



Delta(s): 0.76

D23. Osserva la seguente figura.



V primaria e I media

- a. Completa la figura in modo da ottenere un quadrato.**
- b. Spiega come hai fatto per disegnare il quadrato.**

.....
.....
.....



V primaria

D23_a	1,5	21,9	76,6
D23_b	5,3	53,1	41,5

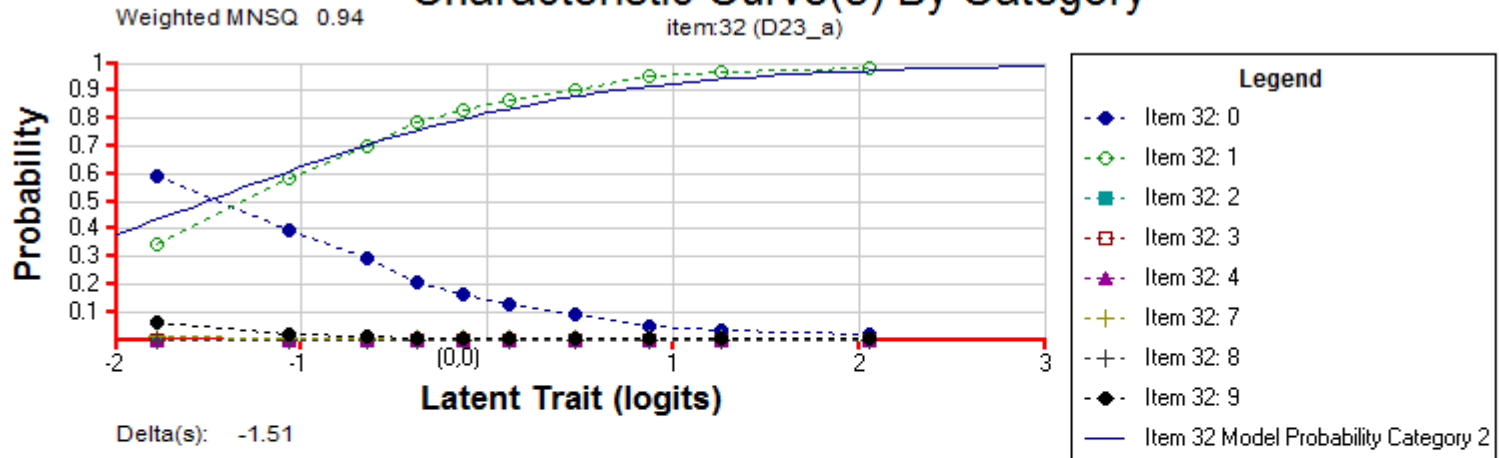
sbagliate

D16a	2,5	19,0	78,5
D16b	8,2	46,4	45,4

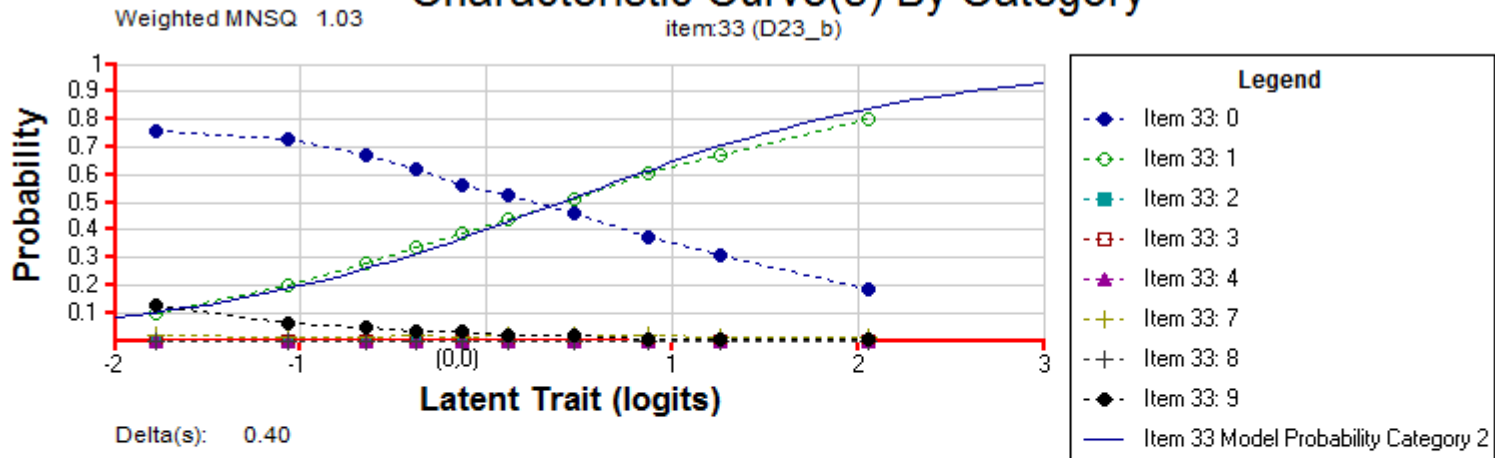
I media



Characteristic Curve(s) By Category

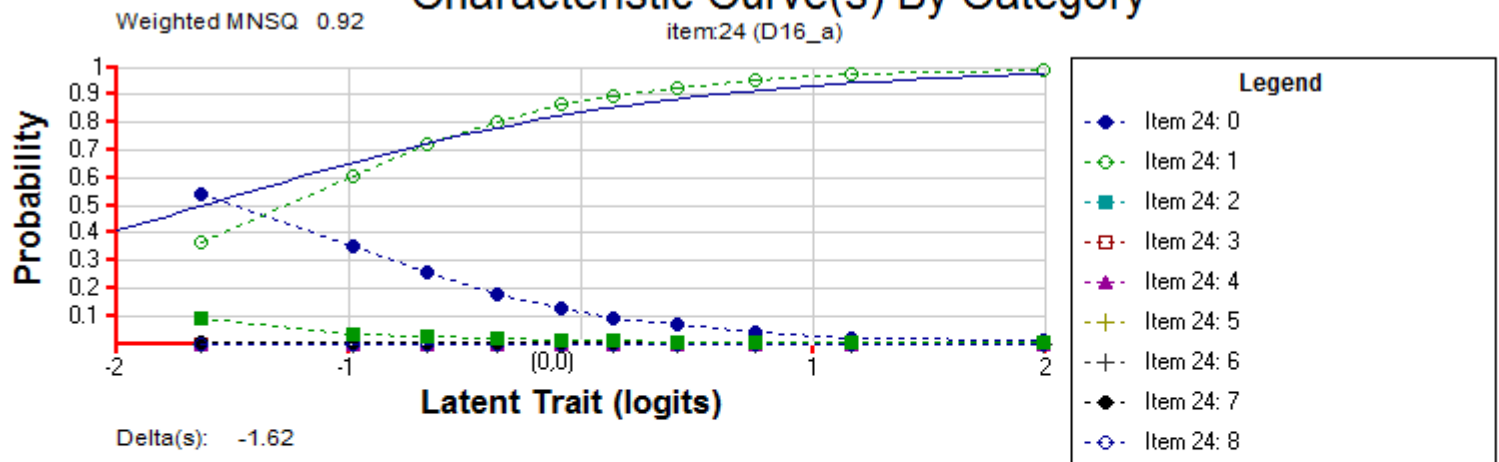


Characteristic Curve(s) By Category



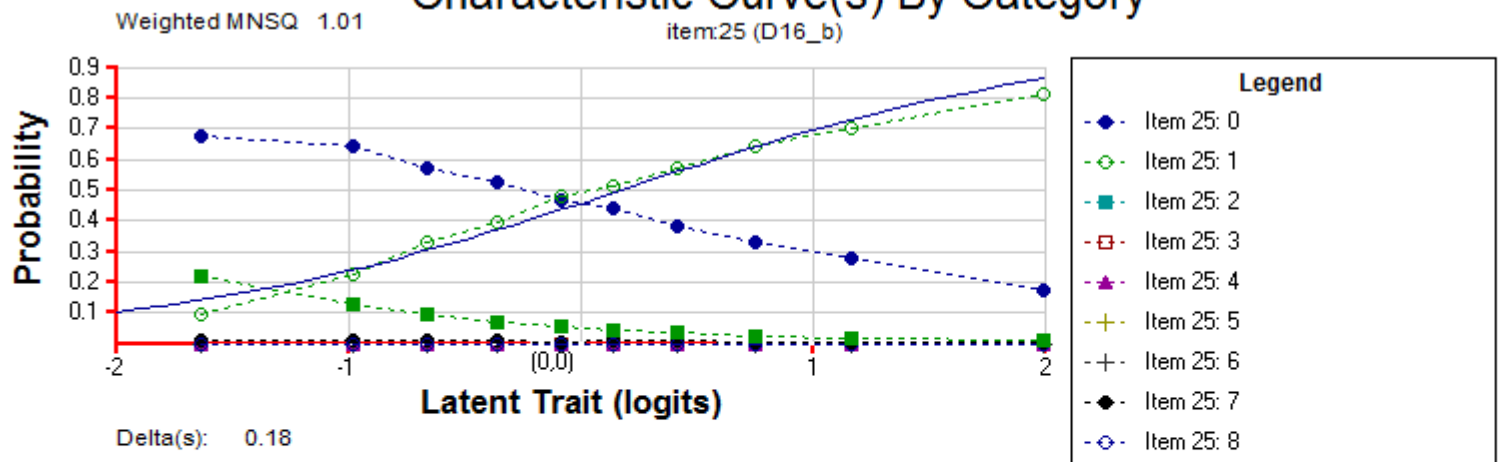


Characteristic Curve(s) By Category





Characteristic Curve(s) By Category



D3. Sandra ha nel borsellino queste monete:



a. Quanto ha Sandra nel borsellino?

Risposta: centesimi

b. Sandra con le monete che ha nel borsellino vuole comprare dei cioccolatini. Ogni cioccolatino costa 30 centesimi. Quanti cioccolatini può comprare al massimo?

Risposta: cioccolatini

Risposta corretta:

D3a: 93 o novantatre

D3b: 3 o tre

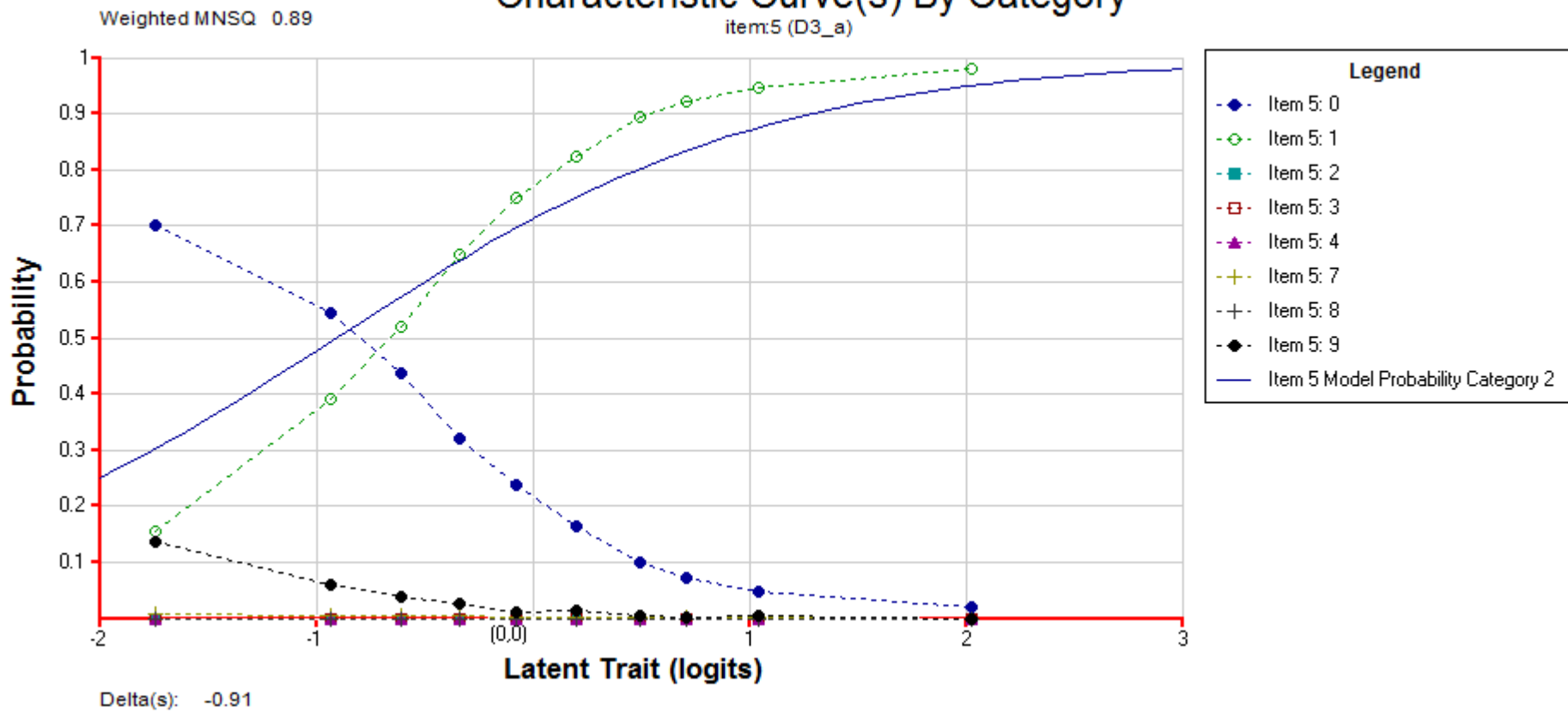
RISULTATI DEL CAMPIONE

	errata	corretta	Non risponde
D3a	48,0	47,5	4,3
D3b	46,6	43,9	9,3

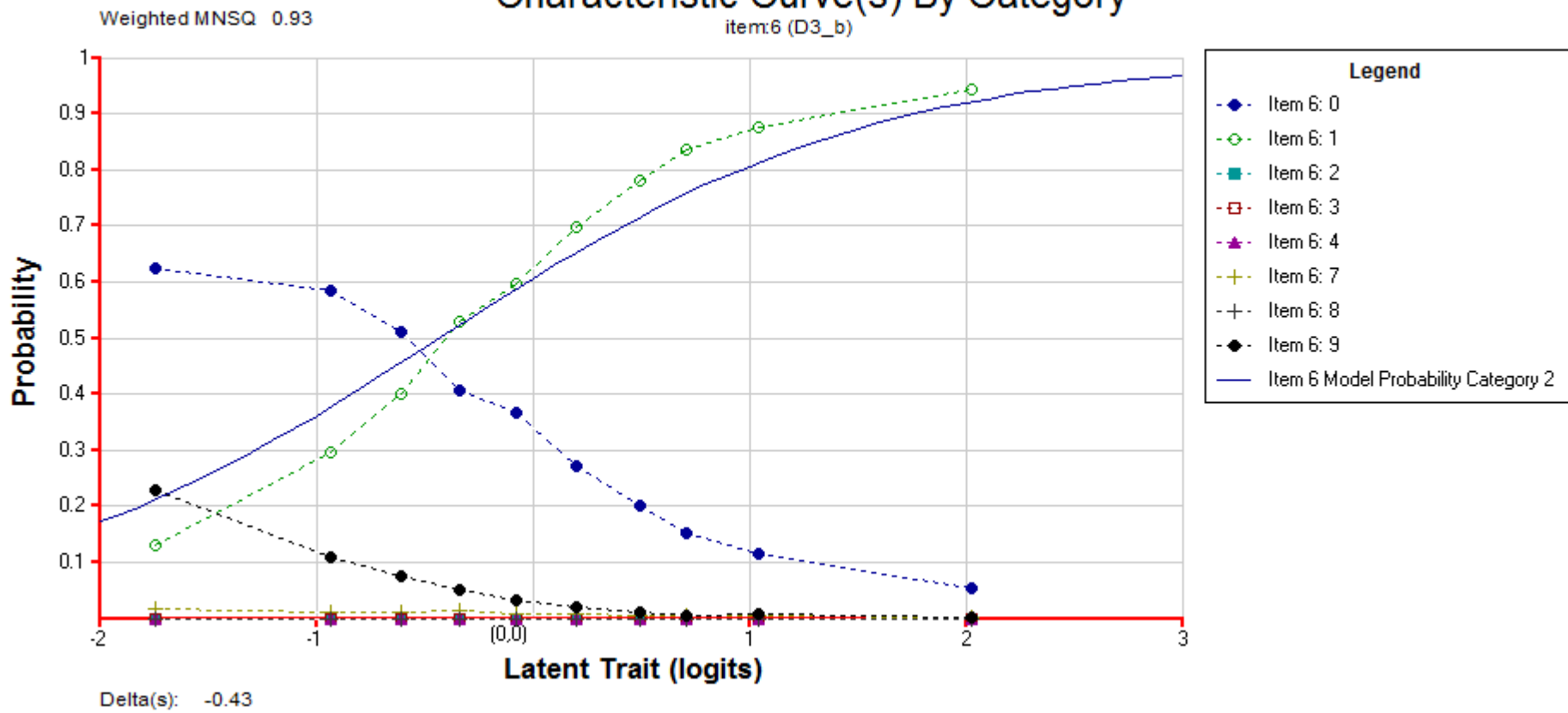


Characteristic Curve(s) By Category

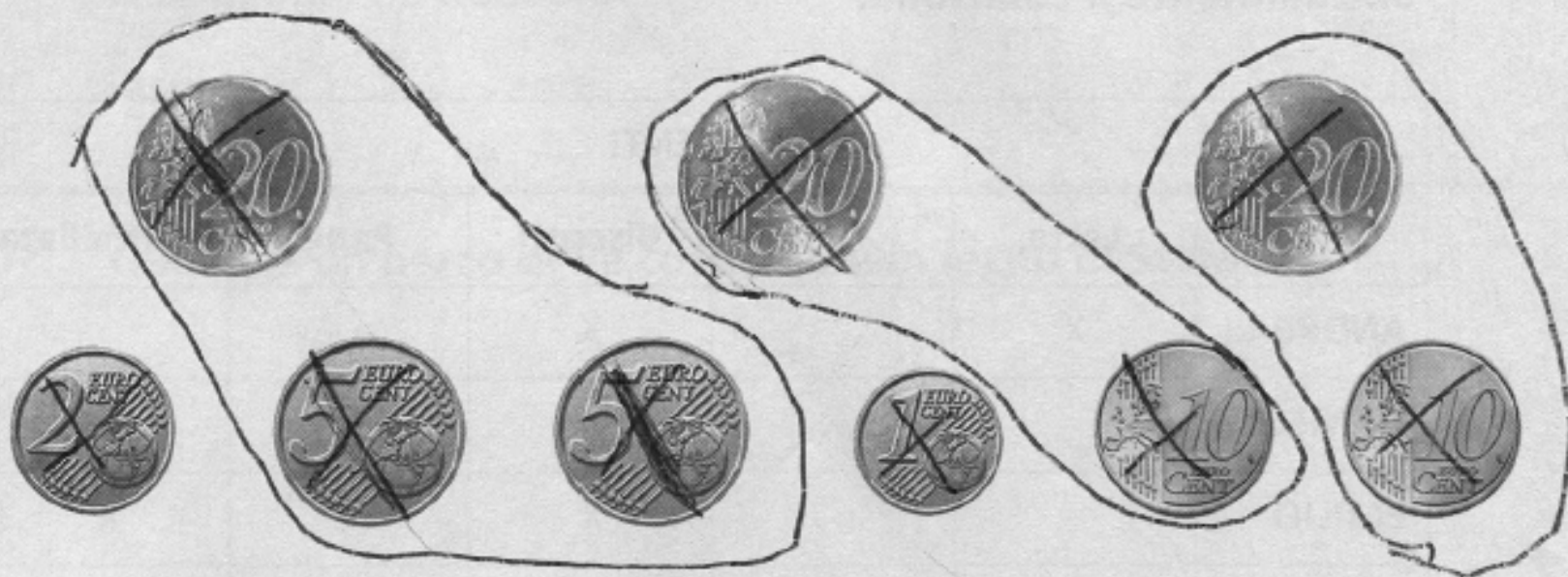
item:5 (D3_a)



Characteristic Curve(s) By Category



D3. Sandra ha nel borsellino queste monete:



a. Quanto ha Sandra nel borsellino?

Risposta: 93..... centesimi

b. Sandra con le monete che ha nel borsellino vuole comprare dei cioccolatini. Ogni cioccolatino costa 30 centesimi. Quanti cioccolatini può comprare al massimo?

Risposta: 3..... cioccolatini

D30. Marta è appassionata di fumetti. La nonna le regala 20 euro e Marta decide di spenderli per acquistare dei giornalini che costano € 2,20 l'uno. Quanti giornalini riesce a comprare al massimo?

Risposta:

Risposta corretta: 9

RISULTATI DEL CAMPIONE

errata	corretta	Non risponde
49,9	35,2	9,2

D30. Marta è appassionata di fumetti. La nonna le regala 20 euro e Marta decide di spenderli per acquistare dei giornalini che costano € 2,20 l'uno. Quanti giornalini riesce a comprare al massimo?

Risposta:9.....

$$\begin{array}{r}
 2 \\
 2,2 \times \\
 \hline
 8,0
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 1 \\
 2,2 \times \\
 \hline
 17,6
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 7 \\
 2,2 \times \\
 \hline
 19,8
 \end{array}$$

D11. Il papà di Luca compie 43 anni.

Luca va al supermercato a comprare le candeline per la torta.

Al supermercato vendono solo sacchetti da 10 candeline.

Quanti sacchetti deve comprare Luca?

- A. 5
- B. 4
- C. 3

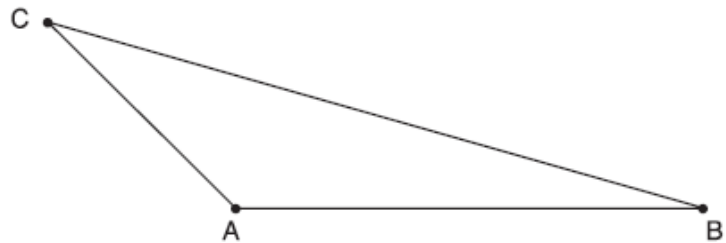
Risposta corretta: A

RISULTATI DEL CAMPIONE

A	B	C	Non risponde
49,8	38,1	8,9	2,3

Difficoltà nell'utilizzo degli strumenti

D6. Osserva il disegno.



Calcola l'area del triangolo prendendo con un righello le misure necessarie.

a. Risposta:cm²

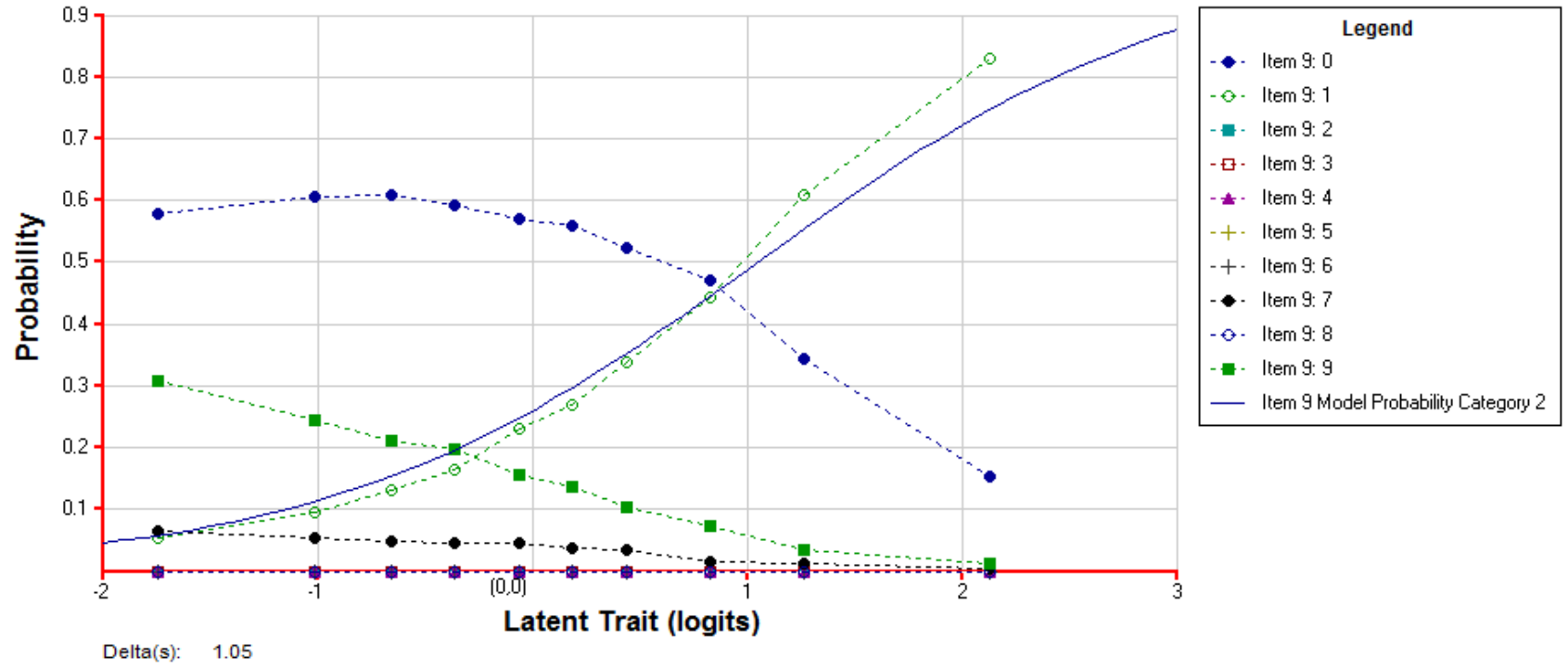
b. Scrivi i calcoli che hai fatto per arrivare alla risposta.

.....

Characteristic Curve(s) By Category

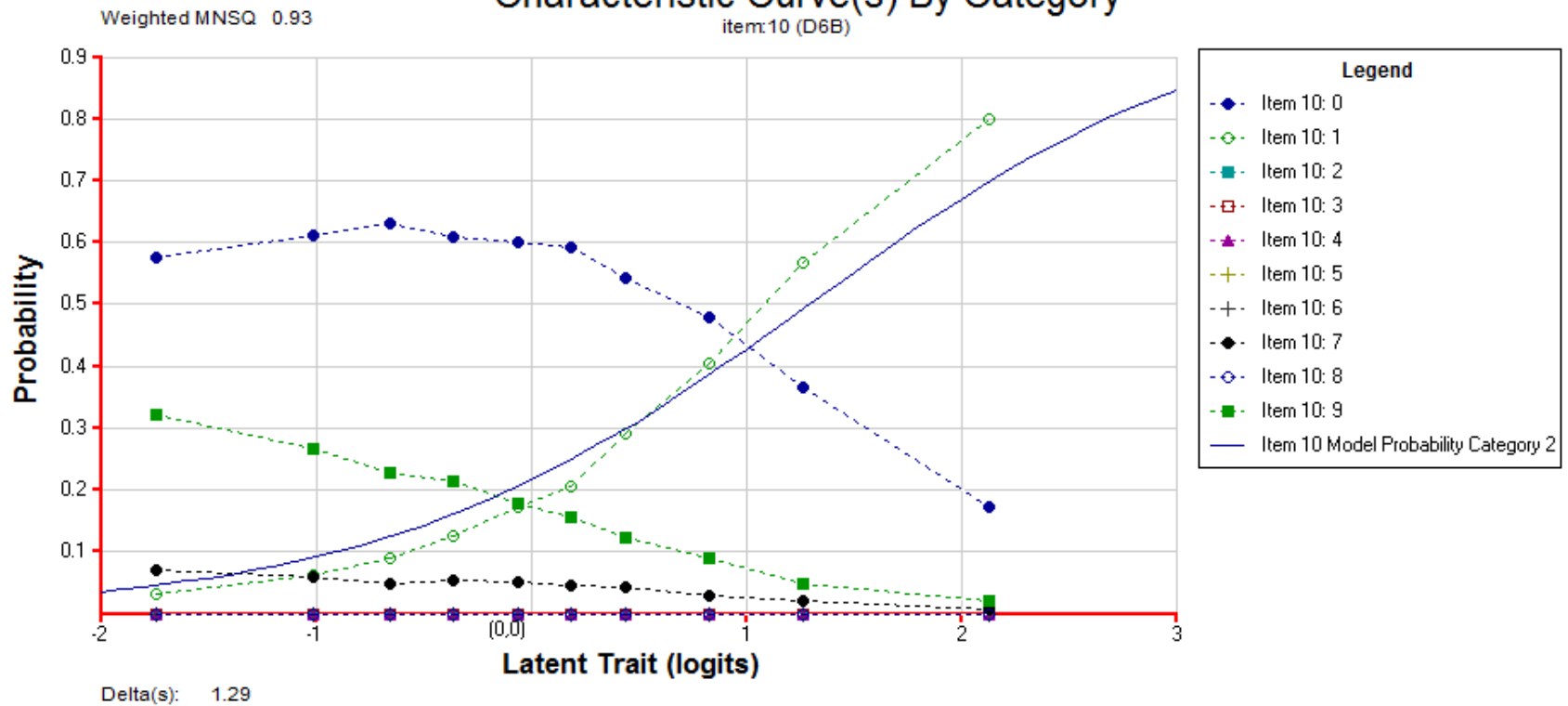
Weighted MNSQ 0.96

item:9 (D6A)



Delta(s): 1.05

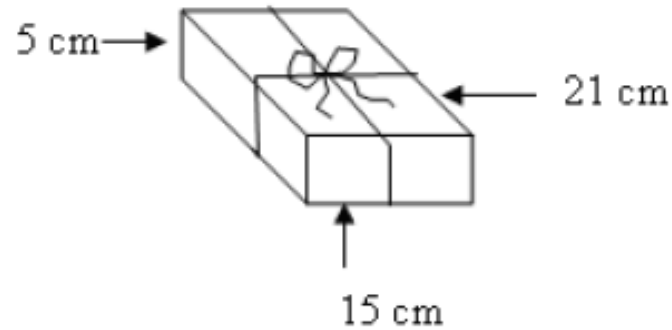
Characteristic Curve(s) By Category



Difficoltà nell'affrontare un testo discontinuo



17. **Alessandra acquista un libro all'ipermercato; a casa prepara un pacchetto simile a questo:**



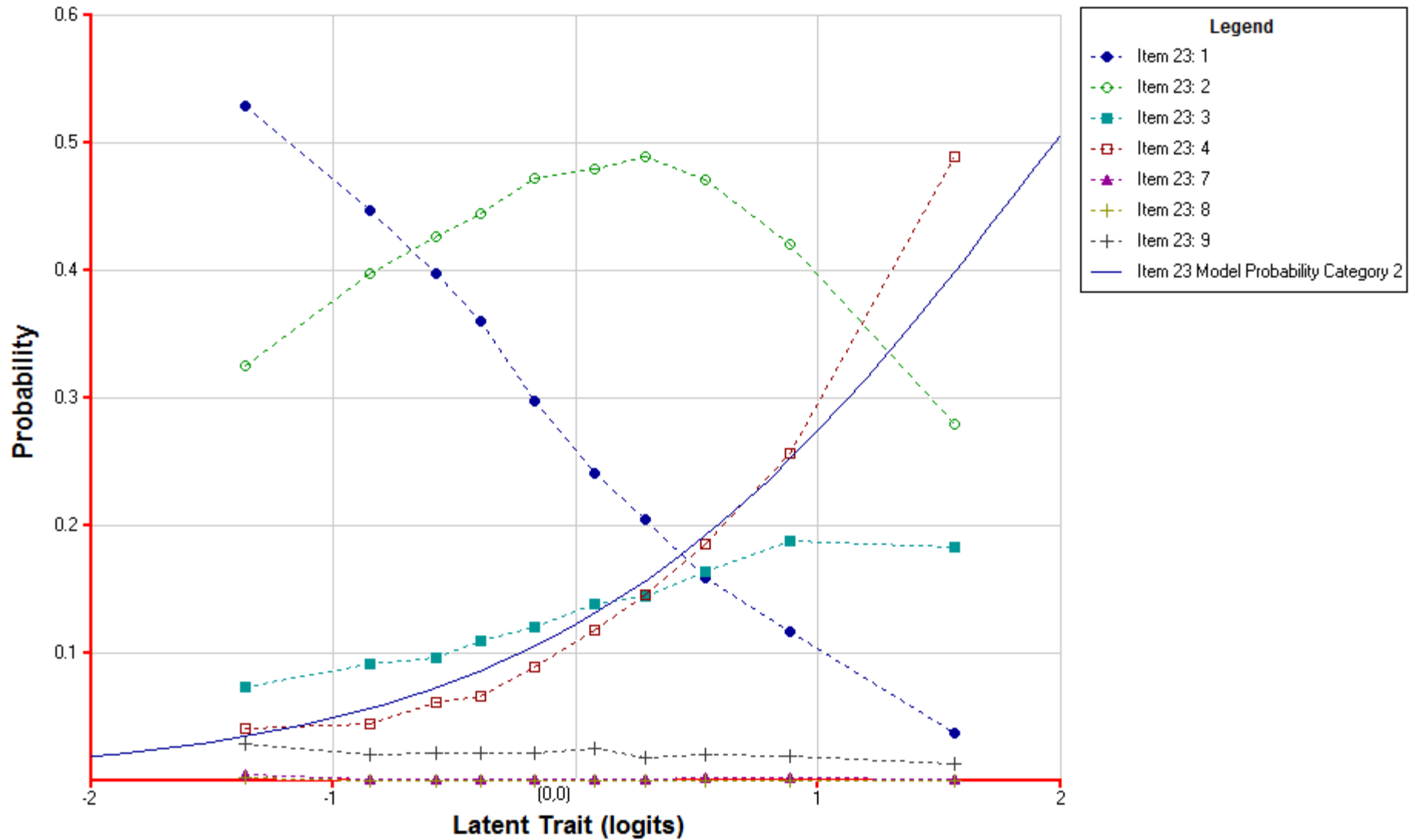
Quanti cm di nastro ha usato in tutto, sapendo che per fare il fiocco ne sono serviti 30 cm?

- A. 41.
- B. 71.
- C. 112.
- D. 122.

Characteristic Curve(s) By Category

Weighted MNSQ 0.95

item:23 (D17_Spazio e Figure)



Delta(s): 1.98



Risponde correttamente (122) solo il 14,7% dei bambini. Oltre il 40% risponde 71: il distrattore B era costruito in modo da "intercettare" le risposte dei bambini che sommarono tutti i dati del problema ($21+15+5+30$), senza cercare di "vedere" la situazione geometrica. Il 28,7% ha scelto il distrattore A, sommando quindi i dati della figura senza considerare il testo, in cui si diceva che per fare il fiocco erano occorsi 30 cm di spago.



Grazie!



ALMA MATER STUDIORUM
UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

Giorgio Bolondi

Dipartimento di Matematica

giorgio.bolondi@unibo.it

www.unibo.it